

**COMMISSION DE PILOTAGE TECHNIQUE ET FINANCIER
DU 14 MAI 2014**

N° 2014-065

Point 1 : Étude de la mortalité des pensionnés de l'Ircantec

SYNTHESE

La mortalité est un des facteurs qui impacte les projections à long terme du régime à travers une espérance de vie plus ou moins longue et par conséquent des pensions versées plus ou moins longtemps. Il est donc nécessaire d'utiliser des tables de mortalité appropriées.

L'objectif de cette étude est de situer la mortalité des pensionnés de l'Ircantec par rapport à celle d'une table de référence externe. Ici, la référence est la table de mortalité de l'INSEE 2007-2060, basée sur l'observation des décès de la population française et qui a été projetée sous certaines hypothèses dans le futur (scénario central). Ce sont les hypothèses de mortalité qui sont retenues pour les projections des régimes de retraite dans le 11^{ème} rapport du COR datant du 19 décembre 2012.

La mortalité au sein des pensionnés de l'Ircantec se distingue selon trois variables l'âge, le sexe et le type de droit. On observe d'une part que la mortalité augmente avec l'âge et d'autre part que les femmes ont une espérance de vie plus élevée que les hommes. Ces constats sont identiques à ceux effectués sur la population française. Par ailleurs, l'étude montre que le type de droit (auteur ou réversataire) est aussi un facteur discriminant de la mortalité.

Deux méthodes d'ajustement sont testées. Celle qui permet le meilleur ajustement est la méthode du décalage d'année.

Les pensionnés de droits propres ont une mortalité observée plus faible que celle de la table INSEE 2007-2060. C'est la table INSEE 2007-2060 avec un décalage de + 3 ans qui ajuste le mieux la mortalité des femmes pensionnées de droits propres. Pour les hommes pensionnés de droits propres, c'est avec un décalage de + 4 ans que l'ajustement est le meilleur.

La table INSEE 2007-2060 s'ajuste bien à la mortalité des femmes pensionnées de droits dérivés. Aucun décalage n'est nécessaire.

Les hommes pensionnés de droits dérivés ont une mortalité plus élevée que celle de la population masculine française et nous serons donc amenés à décaler de – 3 ans la table INSEE 2007-2060 pour s'approcher au mieux de la mortalité observée.

Sommaire

Synthèse	1
1 Choix de la segmentation	3
1.1 Statistiques descriptives	4
1.1.1 Données	4
1.1.2 Sexe	4
1.1.3 Type de droit.....	4
1.1.4 Tranche de points	5
1.2 Régression logistique.....	6
1.2.1 Données	6
1.2.2 Modèle de régression logistique	6
1.2.3 Résultats.....	6
2 Ajustement de la mortalité de l'Ircantec à des tables de mortalité de référence	6
2.1 Droits propres femmes.....	7
2.1.1 Quotients de mortalité observés 2008-2012.....	7
2.1.2 Ajustement à la table INSEE 2007-2060	7
2.2 Droits propres hommes.....	8
2.2.1 Quotients de mortalité observés 2008-2012.....	8
2.2.2 Quotients de mortalité moyens lissés.....	9
2.2.3 Ajustement à la table INSEE 2007-2060	9
2.3 Droits dérivés femmes	10
2.3.1 Quotients de mortalité observés 2008-2012.....	10
2.3.2 Ajustement à la table INSEE 2007-2060	11
2.4 Droits dérivés hommes	11
2.4.1 Quotients de mortalité observés 2008-2012.....	11
2.4.2 Quotients de mortalité moyens lissés.....	12
2.4.3 Ajustement à la table INSEE 2007-2060	13
Conclusion	13
Bibliographie	14
ANNEXE 1 : Résultats de la régression logistique	15
ANNEXE 2 : Définition des quotients de mortalité	17
ANNEXE 3 : Méthodes de lissage des quotients de mortalité	18
ANNEXE 4 : Tables de mortalité de référence	19
ANNEXE 5 : Méthodes d'ajustement de la mortalité à des tables de référence externes	20

Introduction

Les projections financières à court ou à long terme d'un régime de retraite nécessitent de projeter les évolutions démographiques des populations (actifs et pensionnés) puis les éléments financiers (cotisations et prestations).

Le risque de mortalité est un des facteurs de l'évolution de la démographie de la population observée et par conséquent des projections financières. Plus l'espérance de vie est importante, plus la durée de versement de la pension sera longue et donc plus les engagements du régime seront élevés.

Le choix de tables de mortalité appropriées est donc important pour la précision des projections financières à long terme du régime. Deux types de table de mortalité sont principalement utilisés :

- Les tables de mortalité par génération, on peut citer les tables TGH05 et TGF05 (la première est basée sur l'observation de la mortalité des hommes, la seconde sur celle des femmes). Il s'agit des tables règlementaires utilisées pour la tarification des contrats de rente viagère (applicables aux assureurs, mutuelles et instituts de prévoyance).
- Les tables de mortalité du moment, on peut citer les tables INSEE 2007-2006 (deux versions : une pour les hommes et une pour les femmes). Ce sont des tables prospectives établies par l'INSEE à partir des statistiques de décès observés de la population française et d'hypothèses d'évolution de la mortalité dans le futur.

Afin d'avoir des projections les plus précises possibles, nous cherchons à ajuster la mortalité des pensionnés de l'Ircantec à une table de mortalité dite de référence, à savoir les tables INSEE 2007-2060 (scénario central). Il s'agit des hypothèses de mortalité qui ont été préconisées par le COR pour sa campagne de projections à long terme auprès des différents régimes de retraite, et qui sont retenues dans le 11^{ème} rapport du COR (*Retraites : Perspectives 2020, 2040 et 2060 – 19 décembre 2012*). Pour l'ajustement, plusieurs méthodes sont possibles : la méthode du décalage d'années sur les tables de référence ou la méthode d'un coefficient (de minoration ou majoration) applicable sur ces mêmes tables. L'idée sous-jacente est d'évaluer l'écart entre la mortalité des pensionnés de l'Ircantec et celle des tables de référence.

1 CHOIX DE LA SEGMENTATION

Les tables de mortalité de référence, que ce soient les tables INSEE 2007-2060 ou les tables TGH05-TGF05 distinguent la mortalité des femmes de celle des hommes et cela par âge. Le sexe et l'âge sont donc deux variables discriminantes de la mortalité. Pour un âge donné, la mortalité des femmes est plus faible que celle des hommes et les taux de mortalité augmentent avec l'âge. Il peut néanmoins exister d'autres variables qui permettraient de segmenter la mortalité des pensionnés de l'Ircantec : le type de droit (droit propre/droit dérivé), le nombre de points liquidés, la catégorie socio-professionnelle,...

Nous allons tester l'importance de trois variables pour la segmentation de la population des pensionnés : le sexe, le type de droit et la tranche de points.

La catégorie socio-professionnelle aurait pu être intéressante à tester en tant que variable explicative de la mortalité, cependant cette information n'est pas à notre disposition.

1.1 STATISTIQUES DESCRIPTIVES

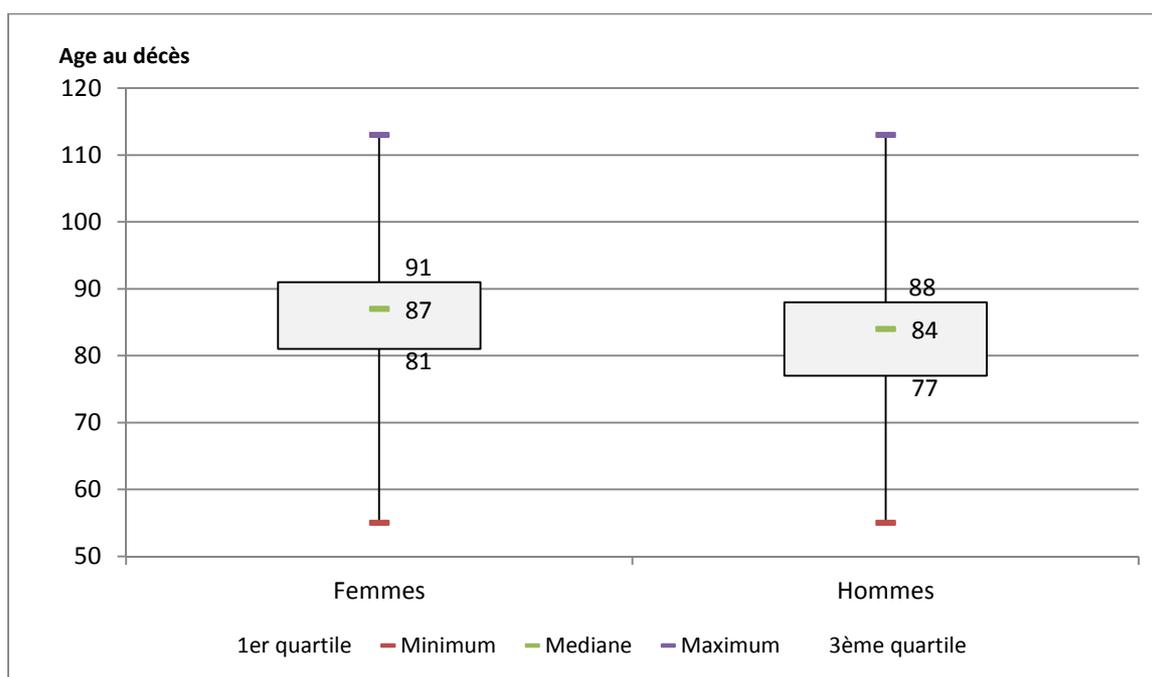
1.1.1 Données

Les statistiques descriptives ci-dessous reposent sur le périmètre des pensionnés, auteur de droit ou réversataire¹, décédés entre 2008 et 2012. Sont exclus de l'étude les pensionnés ayant liquidé leurs droits sous forme de capital unique.

1.1.2 Sexe

L'âge moyen au décès des femmes pensionnées à l'Ircantec est de 85,6 ans, tandis que pour les hommes, l'âge moyen au décès est de 82 ans.

Le graphique ci-dessous présente le 1^{er} quartile², la médiane³ et le 3^{ème} quartile⁴ de la variable âge au décès selon le sexe :



50% des femmes pensionnées à l'Ircantec décèdent au-delà de 87 ans, tandis que pour les hommes l'âge médian au décès est plus faible : 84 ans.

La répartition des âges au décès est bien distincte selon le sexe chez les pensionnés de l'Ircantec tout comme dans la population française.

1.1.3 Type de droit

Les pensionnés de droit propre du régime décèdent en moyenne à 83,1 ans, alors que les pensionnés de droits dérivés décèdent en moyenne à 86,9 ans, soit un écart de 3,8 ans.

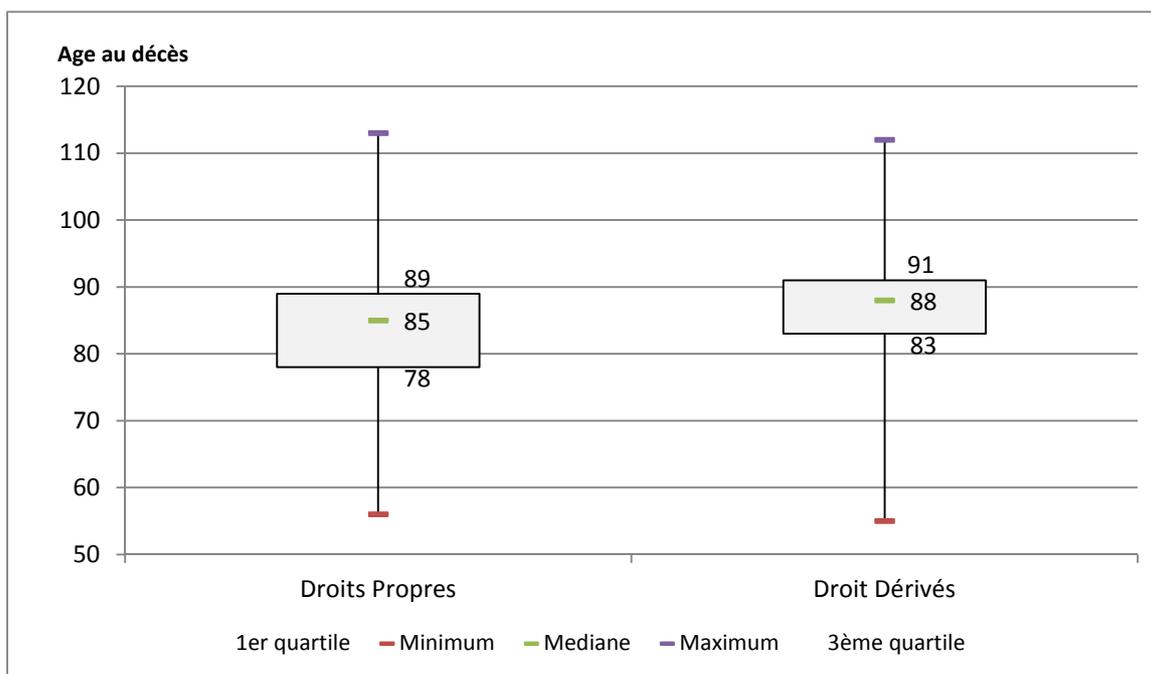
Le graphique ci-dessous présente le 1^{er} quartile, la médiane et le 3^{ème} quartile de la variable âge au décès selon le type de droit :

¹ Un réversataire peut être un conjoint ou un orphelin (peu nombreux dans l'effectif global).

² Le 1^{er} quartile est la valeur en dessous de laquelle se situe 25% des observations.

³ La médiane est la valeur en dessous et en dessus de laquelle se situe 50% des observations.

⁴ Le 3^{ème} quartile est la valeur au-dessus de laquelle se situe 25% des observations.



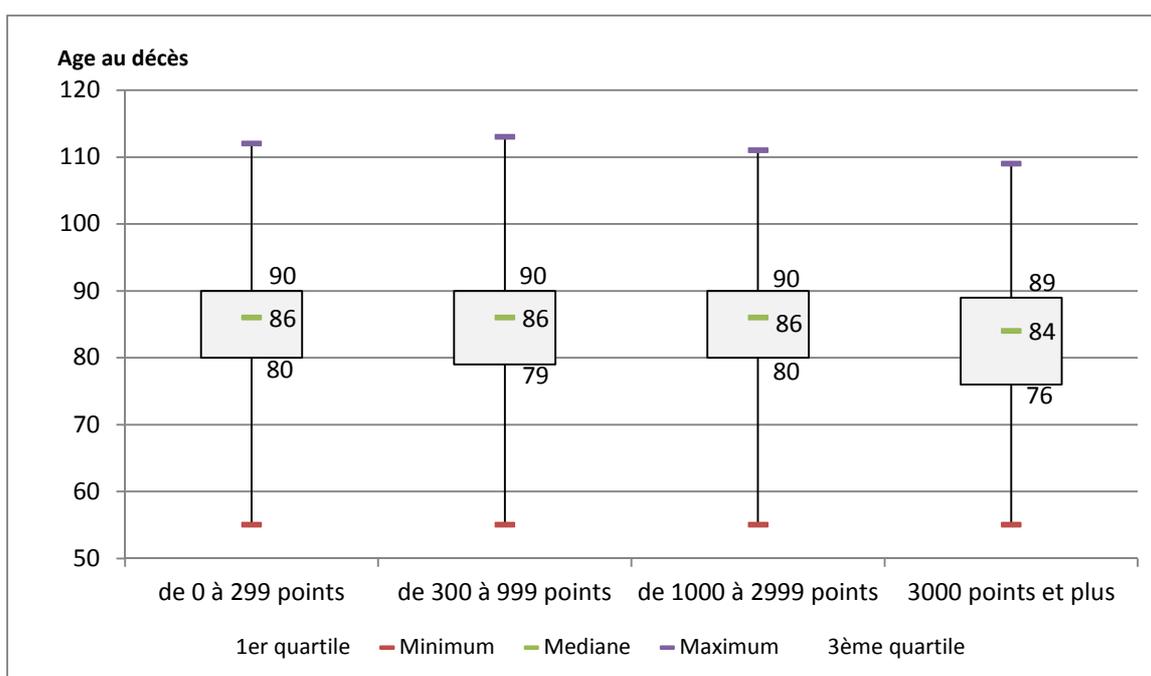
25% des droits dérivés atteignent au minimum l'âge de 91 ans, tandis que pour les droits propres l'âge médian est de 89 ans.

La répartition de l'âge au décès est distincte selon le type de droit. Cette observation amène à retenir le type de droit pour distinguer les taux de mortalité.

1.1.4 Tranche de points

Pour les pensionnés ayant liquidé moins de 3 000 points, l'âge moyen au décès est sensiblement identique (84 ans). En revanche, l'âge moyen est un peu plus faible pour une liquidation à 3 000 points et plus (82,4 ans).

Le graphique ci-dessous présente le 1^{er} quartile, la médiane et le 3^{ème} quartile de la variable âge au décès selon le type de droit :



Mis à part la tranche de point 3 000 points et plus, il n'y a pas de différence significative au niveau de l'âge moyen du décès ni des médianes, 1^{er} quartile et 3^{ème} quartile.

Nous pouvons donc supposer que la variable tranche de points n'est pas significative pour expliquer la mortalité.

1.2 REGRESSION LOGISTIQUE

1.2.1 Données

Le modèle de régression ci-dessous est alimenté par la base des pensionnés (auteurs ou réversataires de droit Ircantec) ayant liquidé avant ou en 2012, et qui sont soit encore vivants en 2012, soit décédés entre 2008 et 2012. Sont exclus les pensionnés qui ont liquidé leurs droits sous forme de capital unique.

1.2.2 Modèle de régression logistique

La régression logistique permet d'expliquer une variable binaire par une ou plusieurs variables explicatives continues (âge, revenus), discrétisées (tranche d'âge, tranche de points) ou qualitatives (sexe, catégorie socio professionnelle).

Dans cette étude, la variable à expliquer est la variable binaire DC_N, qui prend la valeur 1 si le pensionné décède l'exercice N et 0 si le pensionné ne décède pas en N.

Les variables explicatives retenues sont :

- le sexe du pensionné : Femme (F) ou Homme (H),
- le type de droit du pensionné : Droit Propre (DP) ou Droit Dérivé(DD),
- la tranche de points liquidés : de 0 à 299 points, de 300 à 999 points, de 1 000 à 2 999 points et plus de 3 000 points.

1.2.3 Résultats

Les variables sexe et type de droit sont significatives dans l'explication de la mortalité, en revanche la tranche de point n'apporte que peu d'information (*voir Annexe 1*). Ces résultats viennent compléter ce que les statistiques descriptives laissaient présager.

Cela signifie que la mortalité est significativement différente pour les quatre sous-populations suivantes :

- les femmes pensionnées de droits propres,
- les hommes pensionnés de droits propres,
- les femmes pensionnées de droits dérivés,
- les hommes pensionnés de droits dérivés.

L'étude de la mortalité de l'Ircantec se fait donc sur ces quatre segments de pensionnés.

2 AJUSTEMENT DE LA MORTALITE DE L'IRCANTEC A DES TABLES DE MORTALITE DE REFERENCE

L'étude repose sur les observations de décès de cinq exercices successifs : de 2008 à 2012.

Nous cherchons donc pour chacune des populations de la segmentation à situer la mortalité observée à travers le quotient de mortalité observé moyen⁵ sur la période 2008-2012 par rapport aux quotients de mortalité de référence, issus des tables de mortalité INSEE 07-60⁶. Deux méthodes d'ajustement sont testées⁷ : la méthode du décalage d'année et la méthode du coefficient.

⁵ Se référer à l'Annexe 2 pour plus d'informations sur les quotients de mortalité observés.

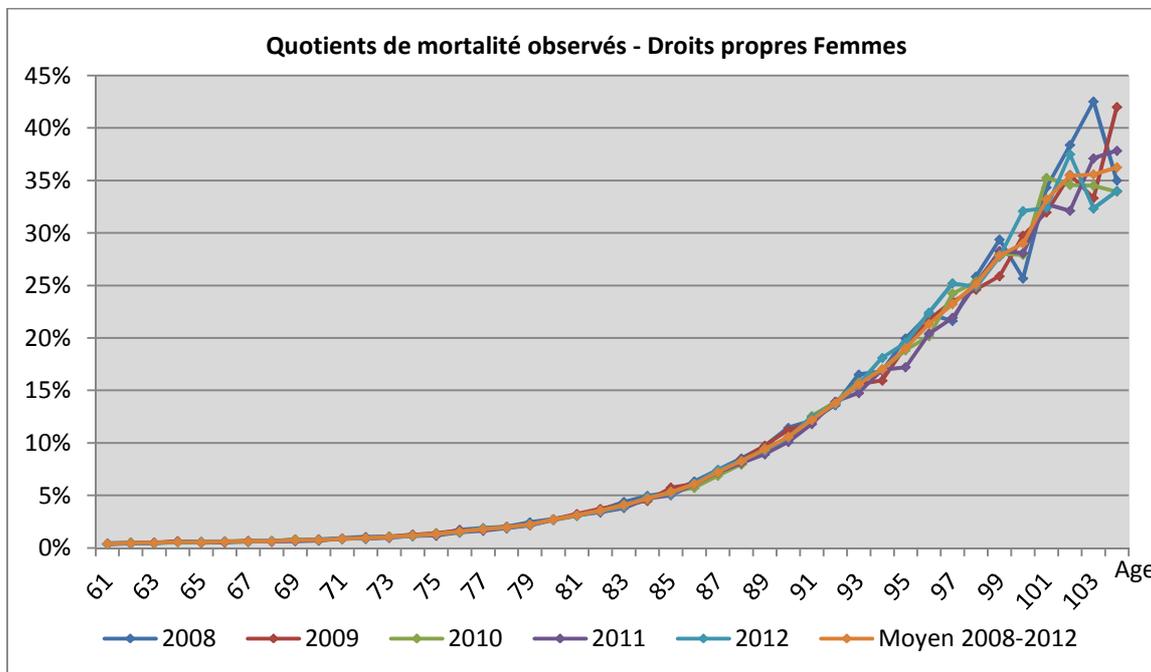
⁶ Se référer à l'Annexe 4 pour plus d'informations sur les tables de mortalité de référence et les quotients de mortalité associés.

⁷ Se référer à l'Annexe 5 pour les deux méthodes d'ajustement de la mortalité observée à une référence externe, ainsi qu'aux références de la bibliographie (Jérôme Béhar et Frédéric Planchet).

2.1 DROITS PROPRES FEMMES

2.1.1 Quotients de mortalité observés 2008-2012

Le graphique suivant présente les quotients de mortalité observés sur les exercices 2008 à 2012, ainsi que le quotient de mortalité moyen pour les femmes pensionnées de droits propres à l'Ircantec :



Il n'est pas nécessaire de lisser la courbe des quotients de mortalité observés en moyenne sur 2008-2012, car elle est bien croissante avec l'âge et est bien représentative des quotients observés sur les 5 exercices.

2.1.2 Ajustement à la table INSEE 2007-2060

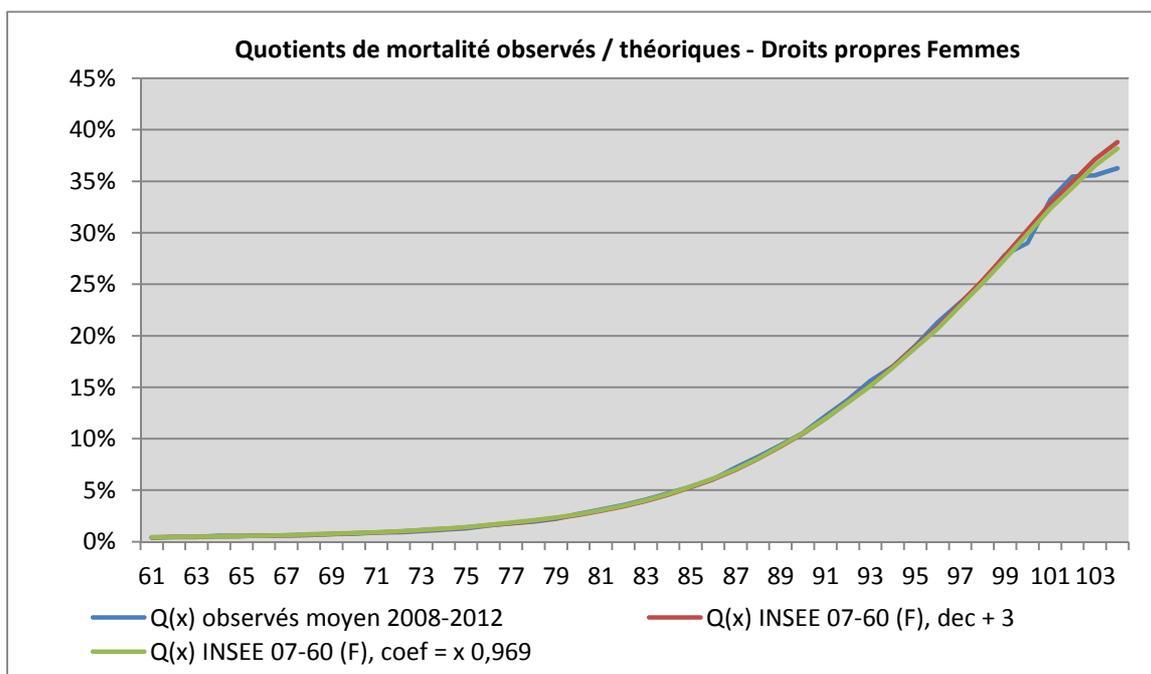
Le tableau ci-dessous indique les résultats d'ajustement pour les femmes pensionnées de droits propres à l'Ircantec :

Méthode d'ajustement à la table INSEE 07-60 (F)	Résultats	Khi-Deux
Décalage d'année	+3 ans	123
Coefficient de minoration (Planchet)	coef = x 0,969	145

Selon la méthode du décalage d'année, c'est la table INSEE 07-60 (F) avec un décalage de +3 ans qui s'adapte le mieux à la mortalité des femmes pensionnées de droits propres à l'Ircantec. Cela signifie que cette population a une mortalité plus faible que celle de la population féminine française.

Selon la méthode Planchet, il faudrait appliquer un coefficient de 0,969 à la table INSEE 07-60 (F) pour s'approcher au mieux de la population Ircantec. On minore ici également la mortalité de la population française.

Le graphique ci-dessous présente les différents quotients de mortalité : observés, INSEE décalés de +3 ans et INSEE minorés (coefficient de 0,969).



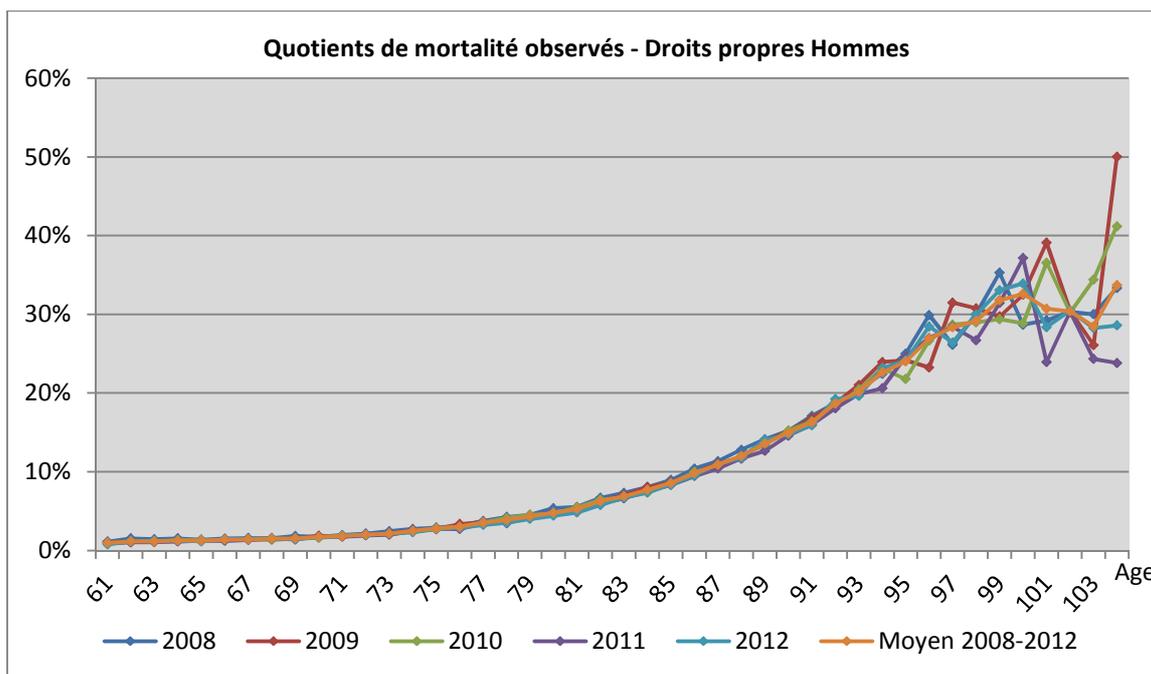
Selon le critère de minimisation du Khi-Deux, c'est la méthode du décalage d'année qui permet le meilleur ajustement pour cette population.

Pour rappel, la mortalité retenue pour les dernières projections était celle de la table INSEE avec un décalage de + 3 ans. On retrouve ces résultats ici, car ce sont bien les femmes de droits propres qui sont les plus nombreuses au sein des pensionnés de l'Ircantec.

2.2 DROITS PROPRES HOMMES

2.2.1 Quotients de mortalité observés 2008-2012

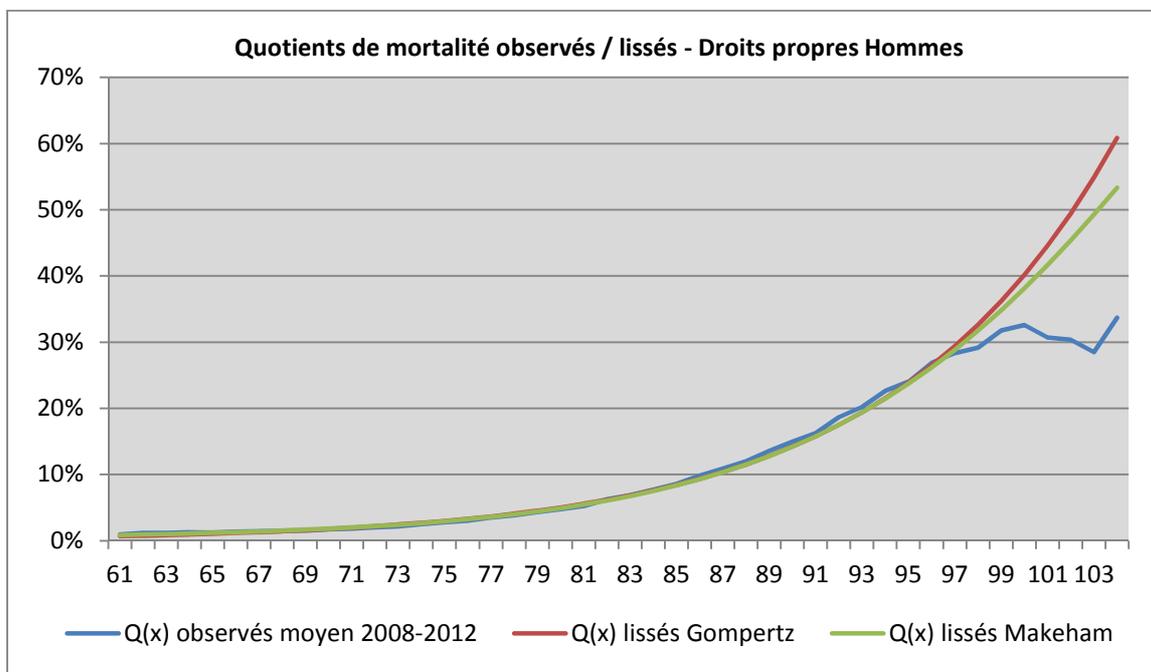
Le graphique suivant présente les quotients de mortalité observés sur les exercices 2008 à 2012, ainsi que le quotient de mortalité moyen pour les hommes pensionnés de droits propres à l'Ircantec :



Il existe des disparités entre les courbes observées à partir de 95 ans, qui deviennent même très erratiques au-delà de 100 ans. Par ailleurs, la courbe des quotients moyens décroît sur les âges élevés, ce qui justifie de lisser cette courbe.

2.2.2 Quotients de mortalité moyens lissés

Le graphique ci-dessous présente les courbes lissées⁸ obtenues à partir des lois de Gompertz⁹ et de Makeham¹⁰ :



Selon les résultats du Khi-Deux d'ajustement, c'est le lissage de Makeham qui est retenu. C'est donc sur cette courbe lissée que se feront les calculs suivants d'ajustement à la table INSEE.

2.2.3 Ajustement à la table INSEE 2007-2060

Le tableau ci-dessous indique les résultats d'ajustement pour les hommes pensionnés de droits propres à l'Ircantec :

Méthode d'ajustement à la table INSEE 07-60 (H)	Résultats	Khi-Deux
Décalage d'année	+ 4 ans	98
Coefficient de minoration (Planchet)	coef = x 0,947	341

Selon la méthode du décalage d'année, c'est la table INSEE 07-60 (H) avec un décalage de + 4 ans qui s'adapte le mieux à la mortalité des hommes pensionnés de droits propres à l'Ircantec. Cela signifie que cette population a une mortalité plus faible que celle de la population masculine française.

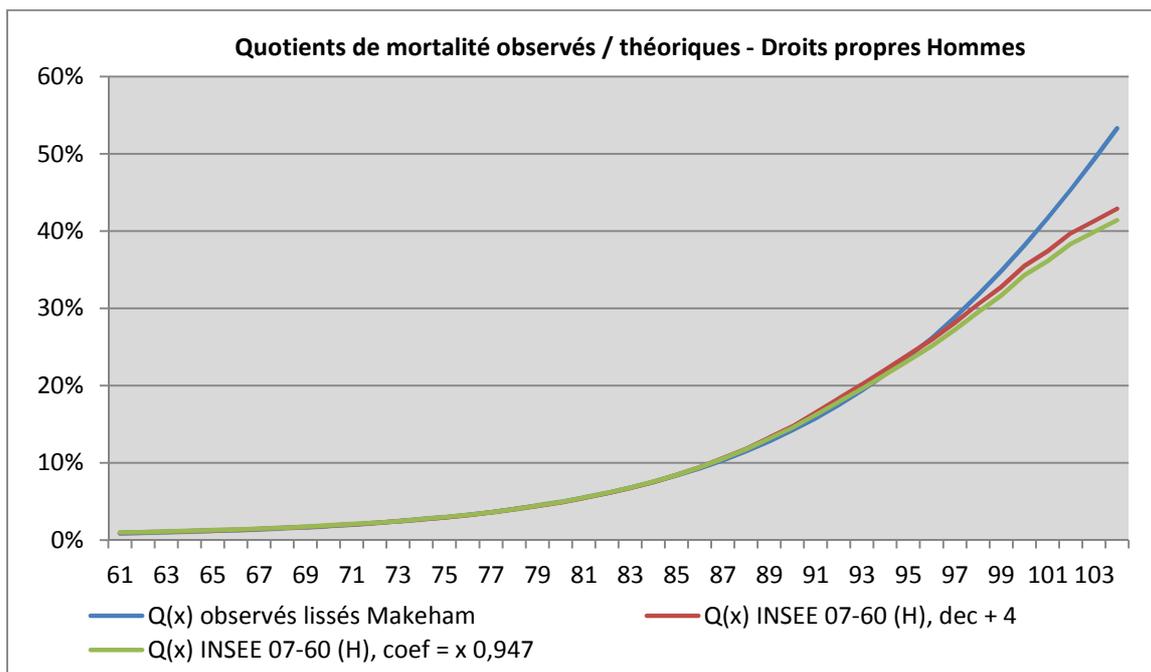
Selon la méthode Planchet, il faudrait appliquer un coefficient de 0,947 à la table INSEE 07-60 (H) pour s'approcher au mieux de cette population Ircantec.

⁸ Se référer à l'Annexe 3 pour plus d'informations sur les méthodes de lissage des quotients de mortalité observés.

⁹ Les paramètres de la loi de Gompertz sont estimés sur l'intervalle d'âge [65,90].

¹⁰ Les paramètres de la loi de Makeham sont estimés sur l'intervalle d'âge [61,100].

Le graphique ci-dessous présente les différents quotients de mortalité : observés, INSEE décalés de +4 ans et INSEE minorés (coefficient de 0,947).

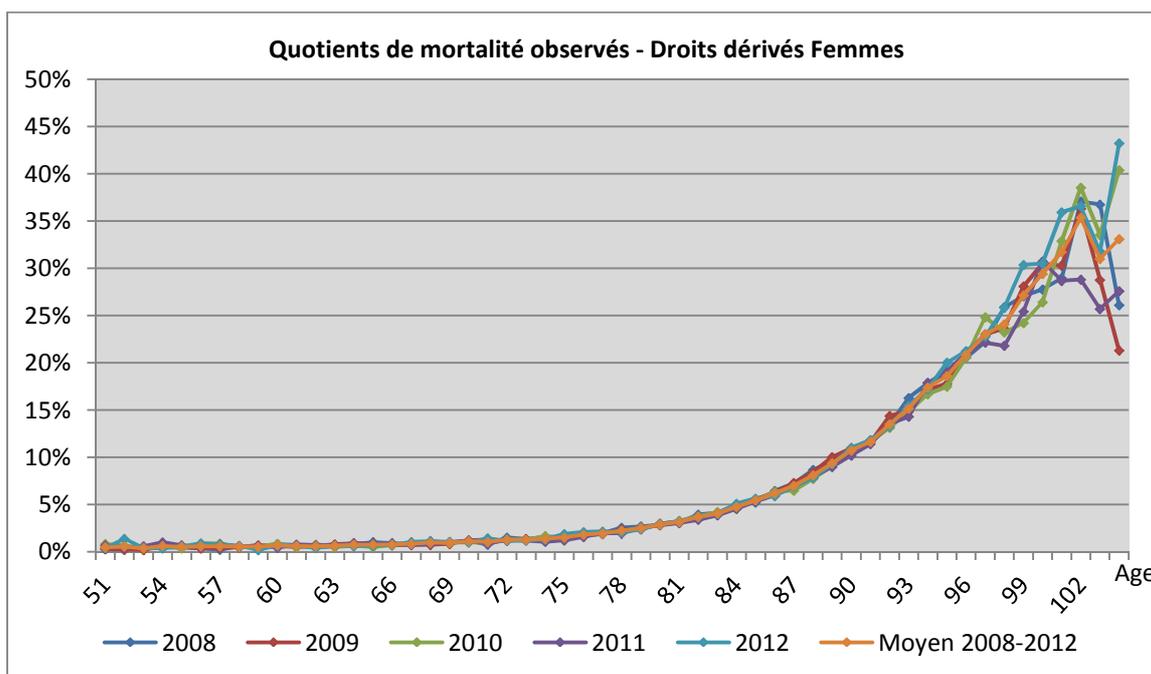


Selon le critère de minimisation du Khi-Deux, c'est la méthode de décalage d'année qui permet le meilleur ajustement pour cette population.

2.3 DROITS DERIVES FEMMES

2.3.1 Quotients de mortalité observés 2008-2012

Le graphique suivant présente les quotients de mortalité observés sur les exercices 2008 à 2012, ainsi que le quotient de mortalité moyen pour les femmes pensionnées de droits dérivés à l'Ircantec :



Il y a deux âges 103 et 104 ans où les observations sont dispersées et la courbe moyenne décroît à 103 ans. Nous observons une cohérence au niveau de la courbe sur les âges antérieurs, nous pouvons donc considérer que les observations à ces deux âges sont aberrantes.

Le lissage de la courbe a été testé et n'apporte pas de résultats satisfaisants. Nous préférons donc conserver la courbe initiale en retirant les observations des âges 103 et 104 ans, plutôt que prendre une courbe lissée qui ajuste assez mal les observations.

2.3.2 Ajustement à la table INSEE 2007-2060

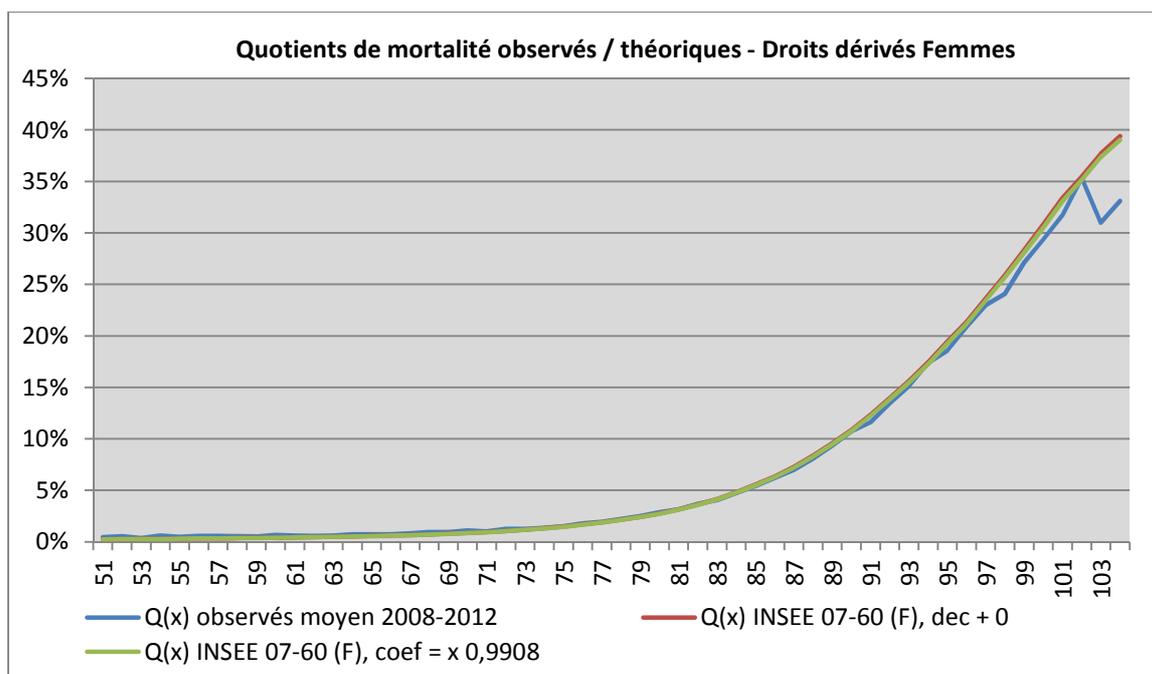
Le tableau ci-dessous indique les résultats d'ajustement pour les femmes pensionnés de droits dérivés à l'Ircantec :

Méthode d'ajustement à la table INSEE 07-60 (F)	Résultats	Khi-Deux
Décalage d'année	+ 0 an	270
Coefficient de minoration (Planchet)	coef = x 0,9908	264

Selon la méthode du décalage d'année, c'est la table INSEE 07-60 (F) sans décalage qui s'adapte le mieux à la mortalité des femmes pensionnées de droits dérivés à l'Ircantec.

Selon la méthode Planchet, il faudrait appliquer un coefficient de 0,9908 à la table INSEE 07-60(F) pour s'approcher au mieux de la population Ircantec.

Le graphique ci-dessous présente les différents quotients de mortalité : observés, INSEE sans décalage et INSEE minorés (coefficient de 0,9908).

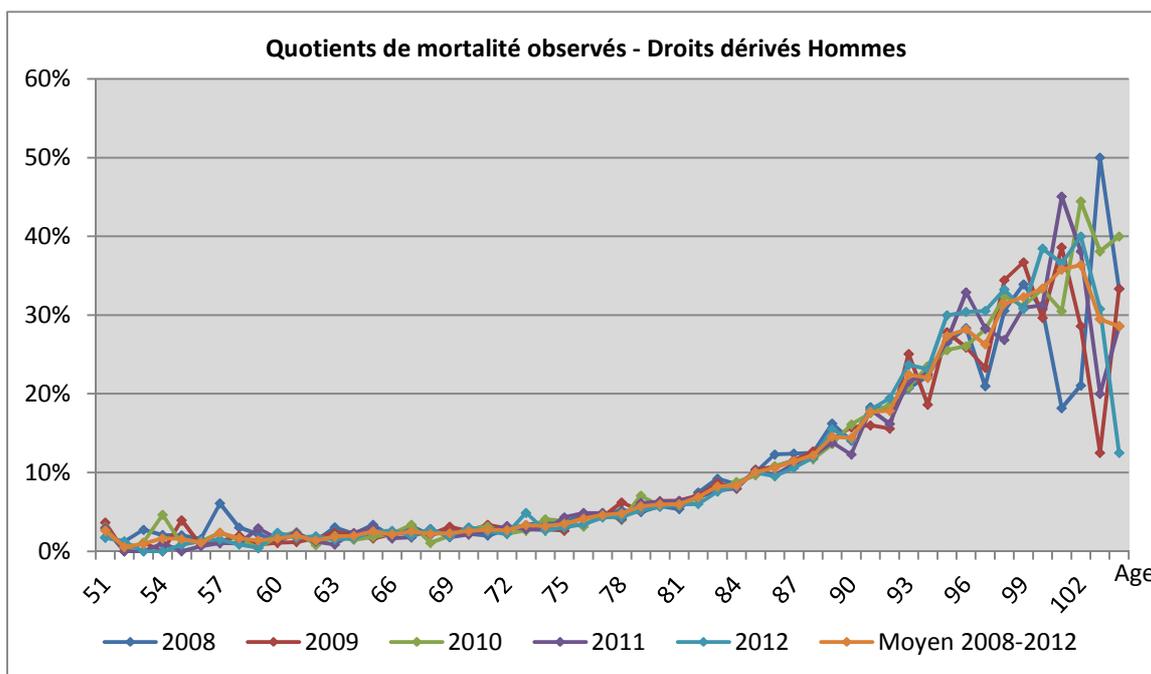


Selon le critère de minimisation du Khi-Deux, c'est la méthode du coefficient de minoration qui permet le meilleur ajustement pour cette population.

2.4 DROITS DERIVES HOMMES

2.4.1 Quotients de mortalité observés 2008-2012

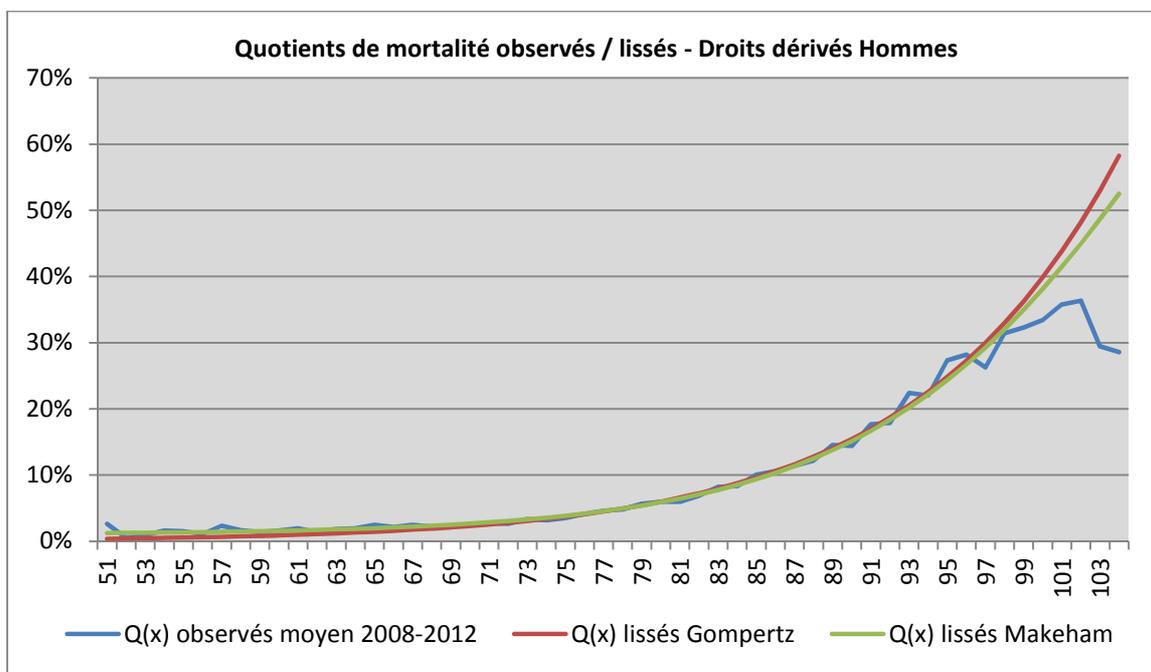
Le graphique suivant présente les quotients de mortalité observés sur les exercices 2008 à 2012, ainsi que le quotient de mortalité moyen pour les hommes pensionnés de droits dérivés à l'Ircantec :



Sur les plus jeunes âges (avant 60 ans) et sur les âges plus élevés (au-delà de 95 ans), les quotients observés par exercice sont très erratiques. En conséquence, la courbe des quotients moyens ne croit pas toujours avec l'âge. Cela est dû principalement aux trop faibles effectifs observés (inférieurs à 5 par âge). La population des hommes pensionnés de droits dérivés à l'Ircantec est la moins nombreuse des quatre populations observées dans cette étude. Le lissage des quotients de mortalité est donc nécessaire.

2.4.2 Quotients de mortalité moyens lissés

Le graphique ci-dessous présente les courbes lissées obtenues à partir des lois de Gompertz¹¹ et de Makeham¹² :



Selon les résultats du Khi-Deux d'ajustement, c'est le lissage de Makeham qui est retenu. C'est donc sur cette courbe lissée que se feront les calculs suivants d'ajustement à la table INSEE.

¹¹ Les paramètres de la loi de Gompertz sont estimés sur l'intervalle d'âge [70,95].

¹² Les paramètres de la loi de Makeham sont estimés sur l'intervalle d'âge [61,99].

2.4.3 Ajustement à la table INSEE 2007-2060

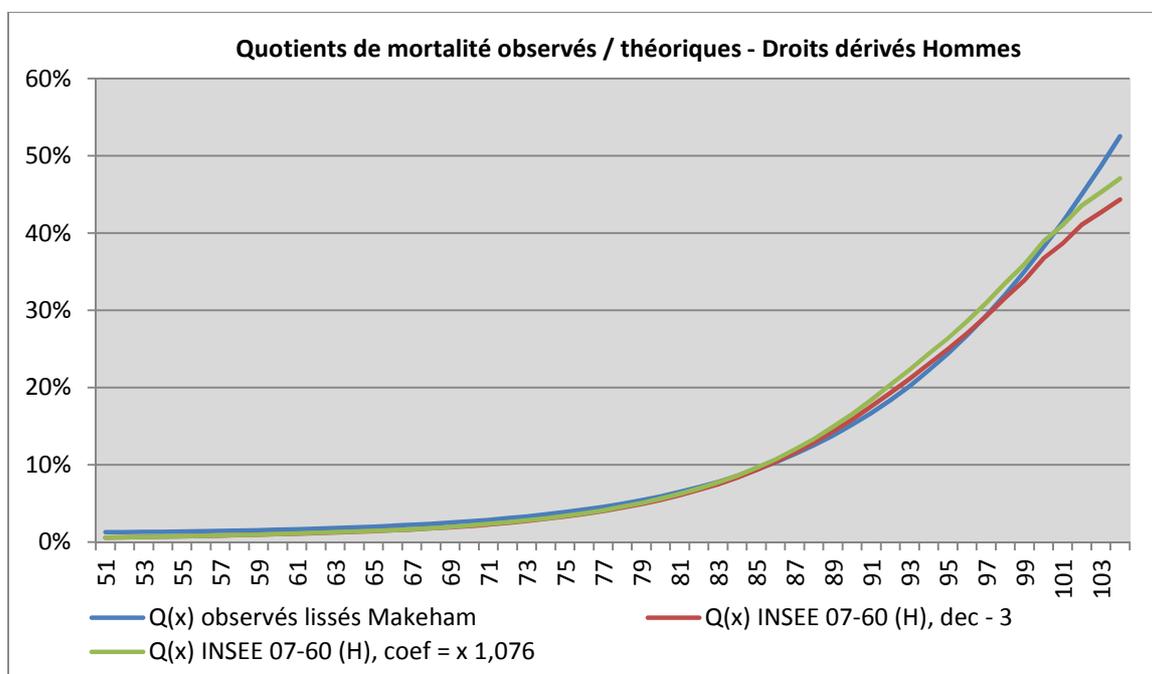
Le tableau ci-dessous indique les résultats d'ajustement pour les hommes pensionnés de droits dérivés à l'Ircantec :

Méthode d'ajustement à la table INSEE 07-60 (H)	Résultats	Khi-Deux
Décalage d'année	- 3 ans	174
Coefficient de minoration (Planchet)	coef = x 1,076	177

Selon la méthode du décalage d'année, c'est la table INSEE 07-60 (H) avec un décalage de – 3 ans¹³ qui s'adapte le mieux à la mortalité des hommes pensionnés de droits dérivés à l'Ircantec. Cela signifie que cette population a une mortalité plus élevée que celle de la population masculine française.

Selon la méthode Planchet, il faudrait appliquer un coefficient de 1,076 à la table INSEE 07-60(H) pour s'approcher au mieux de la population Ircantec.

Le graphique ci-dessous présente les différents quotients de mortalité : observés, INSEE décalés de - 3 ans et INSEE majorés (coefficient de 1,076).



Selon le critère de minimisation du Khi-Deux, c'est la méthode de décalage d'année qui permet le meilleur ajustement pour cette population.

Conclusion

La méthode du décalage d'année apporte un meilleur ajustement pour 3 populations de pensionnés sur les 4. Nous retiendrons donc les résultats de cette méthode.

Les pensionnés de droits directs à l'Ircantec (femmes et hommes) ont une mortalité observée un peu plus faible que celle de la population française. Nous serons donc amenés à décaler les tables INSEE 2007-2060 de + 3 ans pour les femmes et de + 4 ans pour les hommes.

Pour les femmes pensionnées de droits dérivés à l'Ircantec, nous utiliserons la table INSEE 2007-2060 sans décalage.

¹³ C'est le décalage maximum qui peut être appliqué à la table INSEE 2007-2060 lorsque l'on prend l'année 2010 comme référence.

Enfin, les hommes pensionnés de droits dérivés ont une mortalité observée plus forte que celle de la population masculine française de la table INSEE. Nous appliquerons un décalage négatif de 3 ans à la table INSEE.

Bibliographie

Jérôme Béhar, L'ajustement des tables de mortalité des régimes de retraites : application à la population de la CNRACL, *Questions Retraite*, n°2005.67, avril 2005, 28 pages.

Frédéric Planchet, Modèles de durée – Tables de mortalité, Support de cours 2013-2014, Octobre 2013, 50 pages.

ANNEXE 1 : Résultats de la régression logistique

Ci-dessous les résultats d'une procédure pas à pas sous l'hypothèse d'un modèle intégrant toutes les variables explicatives :

Summary of Stepwise Selection								
Step	Effect		DF	Number In	Score Chi-Square	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq	Variable Label
	Entered	Removed						
1	tr_age		7	1	442391.696		<.0001	
2	CCSEX1		1	2	20434.5659		<.0001	CCSEX1
3	type		1	3	332.4227		<.0001	
4	tr_pts		3	4	211.3872		<.0001	

Analysis of Maximum Likelihood Estimates						
Parameter		DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept		1	-3.2641	0.00534	373009.548	<.0001
tr_age	[55,60[1	-2.1143	0.0469	2031.2562	<.0001
tr_age	[60,65[1	-1.8719	0.0103	32998.0404	<.0001
tr_age	[65,70[1	-1.6150	0.00885	33311.1803	<.0001
tr_age	[70,75[1	-1.2130	0.00794	23337.6746	<.0001
tr_age	[75,80[1	-0.6452	0.00668	9317.7770	<.0001
tr_age	[85,90[1	0.6483	0.00526	15219.9865	<.0001
tr_age	[90, [1	1.4657	0.00546	72130.2228	<.0001
CCSEX1	M	1	0.5398	0.00383	19816.6997	<.0001
type	RC	1	0.0789	0.00452	305.5844	<.0001
tr_pts	[0,300[1	-0.0242	0.00529	21.0147	<.0001
tr_pts	[300,1000[1	-0.00098	0.00450	0.0471	0.8281
tr_pts	[3000, [1	-0.0813	0.00623	170.2685	<.0001

- Les variables sont intégrées dans le modèle par ordre décroissant de significativité : âge, sexe, type de droit et tranche de points.
- Il existe un coefficient qui n'est pas significatif : la modalité [300,1000[de la tranche de point (statistique de wald < 4 et p > 0,05)

Ci-dessous quatre modèles testés :

	MODELE	% paires concordantes	Somers' D	Gamma	Tau-a	c	Critère d'Akaike (AIC)	Critère de Schwartz (SC)	-2 Log L Déviance
1	sexe, tranche d'âge, type de droit, tranche de point <i>Situation de référence : F, [75,80[, LA, [1000,3000[</i>	76,3%	0,561	0,582	0,039	0,781	2 563 293	2 563 476	2 563 267
2	sexe, tranche d'âge, type de droit, tranche de point <i>Situation de référence : F, [75,80[, LA, [1000,3000[</i>	75,7%	0,561	0,589	0,039	0,780	2 563 501	2 563 642	2 563 481
3	sexe, tranche d'âge, type de droit <i>Situation de référence : F, [75,80[, [80,85[, LA</i>	75,7%	0,561	0,589	0,039	0,780	2 563 501	2 563 642	2 563 481
4	sexe, tranche d'âge <i>Situation de référence : F, [80,85[</i>	74,6%	0,560	0,601	0,038	0,780	2 563 829	2 563 955	2 563 811

Les résultats sont plutôt significatifs avec 74,6% ou plus de paires concordantes selon le modèle. Le retrait de la variable tranche de points n'impacte que très peu les résultats (-0,6% sur les paires concordantes). Ces résultats viennent confirmer le retrait de la tranche de point de la segmentation de la mortalité.

ANNEXE 2 : Définition des quotients de mortalité

❖ Quotient de mortalité par exercice

Pour un exercice donné, le quotient de mortalité est défini par le rapport entre le nombre de décès et le nombre de personnes soumises au risque de décès. Ce quotient se calcule par âge¹⁴ et s'écrit :

$$q_{obs_{x,n}} = \frac{DC_{obs_{x,n}}}{Pop SaR_{x,n}}$$

Avec :

$q_{obs_{x,n}}$: le quotient de mortalité d'âge x en n

$Pop SaR_{x,n} = Stock_{x-1,n-1} + \frac{1}{2} Liq_{obs_{x,n}}$: la population d'âge x soumise au risque de décès en n,

$Stock_{x-1,n-1}$: le stock de pensionnés vivants d'âge x-1 au 31/12 de l'année n-1 (= stock de pensionnés d'âge x en début d'année n),

$Liq_{obs_{x,n}}$: le nombre de liquidations observées d'âge x en n,

$DC_{obs_{x,n}}$: le nombre de décès observés d'âge x en n.

❖ Quotient de mortalité moyen

Afin de prendre en compte l'évolution de la mortalité dans le temps et de lisser un exercice qui pourrait être exceptionnel en terme de mortalité (exemple : 2003 qui est reconnue comme une année choquée à la hausse pour la mortalité), le quotient de mortalité observé retenu pour la comparaison avec les tables de référence externes est le quotient moyen calculé sur les observations de plusieurs exercices successifs. Nous avons retenu les observations de la mortalité sur 5 exercices à savoir de 2008 à 2012.

Pour chaque âge x, le quotient observé moyen est défini comme suit :

$$q_{obs_x \text{ moyen}} = \frac{\sum_{n=2008}^{2012} (DC_{obs_{x,n}})}{\sum_{n=2008}^{2012} (PopSaR_{x,n})}$$

¹⁴ L'âge retenu est celui calculé en millésime. Par exemple, quel que soit le jour et le mois de naissance d'une personne née en 1951, son âge sera de 59 ans en 2010.

ANNEXE 3 : Méthodes de lissage des quotients de mortalité

Les quotients de mortalité peuvent présenter des irrégularités causées par exemple par des effectifs trop faibles sur des âges élevés. Si tel est le cas, il est donc nécessaire de lisser les quotients de mortalité observés pour obtenir une courbe croissante avec l'âge.

Pour lisser les quotients observés, plusieurs méthodes sont possibles. Nous utiliserons des lissages paramétriques, qui supposent que la courbe des quotients de mortalité est représentée par une fonction mathématique. Les lois de la famille de Gompertz et Makeham seront retenues dans notre étude.

❖ Loi de Gompertz

La fonction de Gompertz s'écrit sous la forme d'une fonction exponentielle :

$$Q(x) = a \times \exp(b \times x)$$

Avec a et b les paramètres à estimer et x l'âge.

Si l'on suppose que les quotients de mortalité suivent cette loi, cela signifie les points (x, ln(q(x))) ont une tendance linéaire. La mortalité est donc une fonction exponentielle dépendante de l'âge.

❖ Loi de Makeham

La fonction de Makeham s'écrit comme suit :

$$Q(x) = a + b \times c^x$$

Avec a, b et c les paramètres à estimer et x l'âge.

La loi de Makeham repose sur l'hypothèse que le quotient de mortalité est constitué d'une partie dépendante de l'âge ($b \times c^x$) et d'une autre partie indépendante de l'âge (mortalité accidentelle (a)).

La fonction de Makeham est un peu plus fine dans l'estimation que la fonction de Gompertz.

❖ Méthode

▪ Estimation des paramètres

Pour chacune des lois, les paramètres sont estimés à partir des quotients de mortalité observés moyen sur la période 2008-2012 sur une partie de l'intervalle d'âge (là où il n'y a pas d'irrégularité sur la courbe). Le choix de l'intervalle d'âge retenu pour estimer les paramètres est important. Il sera déterminé de manière à ce que la courbe lissée des quotients de mortalité soit la plus proche de la courbe des quotients de mortalité moyen observés. En général, l'intervalle d'âge doit être le plus grand possible.

▪ Choix de la loi

Le choix entre la courbe des quotients de mortalité par une loi de Gompertz ou par une loi de Makeham se fait sur le critère de Khi-Deux d'ajustement suivant :

$$Khi - Deux = \sum_x PoPSaR_x \times \frac{(q_{obs_x} \text{ moyen} - q_{liss_x})^2}{q_{obs_x} \text{ moyen}}$$

Plus le Khi deux est faible, plus le lissage de la mortalité est proche de l'observé. La courbe lissée retenue sera celle qui minimise ce Khi Deux.

Dans l'ajustement de la mortalité observée à la mortalité de référence (tables externes), la courbe des quotients lissés par l'une ou l'autre des méthodes vient remplacer la courbe des quotients moyens observés sur tout l'intervalle d'âge.

ANNEXE 4 : Tables de mortalité de référence

❖ Tables de mortalité TGH05 et TGF05

Ces tables de mortalité sont les tables règlementaires utilisées pour la tarification des contrats de rente viagère (applicables aux assureurs, mutuelles et instituts de prévoyance). Elles se présentent sous la forme bi-dimensionnelle : âge x génération et ont été construites à partir des données de rentiers provenant de portefeuilles d'assureurs. Ces tables sont fermées à l'âge de 120 ans et les générations vont de 1900 à 2005.

Il en existe une basée sur l'observation des décès des femmes : la table TGF05 et une basée sur les décès des hommes : la table TGH05.

Le quotient de mortalité q est défini pour un âge x donné et une génération gen donnée (année de naissance) comme suit :

$$qref_{x,gen} = \frac{(l_{x,gen} - l_{x+1,gen})}{l_{x,gen}}$$

Avec :

$qref_{x,gen}$: le quotient de mortalité pour une personne née en gen d'âge x

$l_{x,gen}$: le nombre de survivants d'âge x né en gen

Ce quotient de mortalité correspond à la probabilité de décéder pour une personne née en gen à l'âge x . Il fait le rapport entre le nombre de décès l'année n ($=gen + x$) et la population soumise au risque de décès en début d'année n .

❖ Tables de mortalité INSEE 2007-2060

Ces tables sont constituées à partir de l'observation des décès de la population française faite par l'INSEE qui est ensuite projetée sur la période 2007-2060 sous des hypothèses d'évolution de la mortalité dans le futur (en particulier, une hypothèse de l'augmentation de l'espérance de vie par génération).

Elles se présentent sous la forme bi-dimensionnelle : âge x exercice. Elles couvrent les exercices 2007 à 2060, et sont fermées à l'âge de 120 ans.

Il en existe une pour les femmes et une pour les hommes.

Le quotient de mortalité est défini pour un âge et un exercice donnés :

$$qref_{x,n} = \frac{(l_{x,n} - l_{x+1,n})}{l_{x,n}}$$

$qref_{x,n}$: le quotient de mortalité pour une personne d'âge x l'année n .

$l_{x,n}$: le nombre de survivant fictif d'âge x né en gen

Ce quotient de mortalité correspond à la probabilité de décéder pour une personne âgée de x ans l'année n . Il fait le rapport entre le nombre de décès l'année n et la population soumise au risque de décès en début d'année n .

ANNEXE 5 : Méthodes d'ajustement de la mortalité à des tables de référence externes

L'idée principale de l'ajustement est comparer les quotients de mortalité observés du régime aux quotients de mortalité de tables de mortalité existantes dites de référence. Les tables de référence peuvent être par exemple les tables INSEE ou les tables règlementaires pour les rentes viagères.

En comparaison, la mortalité des pensionnés de l'Ircantec se rapproche plus de la mortalité des tables INSEE 2007-2060 que des tables règlementaires TGH05-TGF05. Cela peut s'expliquer par le mode de construction de ces deux tables qui est différent. Les populations utilisées ne sont pas les mêmes (population française et population de rentiers) et d'autre part par le choix de prudence sur les taux de mortalité fait pour les tables règlementaires.

Nous retenons donc les tables de mortalité INSEE 2007-2060 dans notre étude.

Pour les calculs, il est nécessaire de s'appuyer sur un exercice de référence pour trouver les quotients de mortalité théoriques dans ces tables. Nos quotients de mortalité observés étant recueillis sur la période 2008 à 2012, nous retiendrons l'année 2010 comme référence dans les tables INSEE pour les calculs d'ajustement.

Deux méthodes d'ajustement sont étudiées et comparées :

- le décalage d'année,
- l'application d'un taux de minoration ou de majoration à la table de référence (Planchet).

❖ Méthode N°1 : le décalage d'année

On recherche le décalage d'année à appliquer dans la table de référence qui permet d'ajuster au mieux les quotients théoriques à ceux observés. Le meilleur ajustement sera défini par le décalage qui minimise l'écart entre les quotients théoriques décalés et les quotients de mortalité observés.

On recherche c qui minimise la statistique de Khi Deux :

$$Khi\ Deux = \sum_x \frac{(DC_{th\ dec,x} - DC_{obs,x})^2}{DC_{th\ dec,x}}$$

Avec $DC_{th\ dec,x} = qth_{x,n+c} \times PopSaR_x$

Un décalage de c années consiste à prendre les quotients de mortalité de l'exercice $(n+c)$ au lieu de ceux de l'année n dans la table de référence. Si ce décalage est positif, cela signifie que l'on prend des quotients de mortalité plus faibles que ceux de l'exercice de référence retenu et, si ce décalage est négatif, cela signifie que l'on prend des quotients de mortalité plus élevés que ceux de l'exercice de référence.

❖ Méthode N°2 : Coefficient de minoration ou de majoration (Planchet)

Cette méthode consiste à appliquer un taux de minoration ou de majoration aux quotients de la table de référence, ce qui revient à rechercher un taux α tel que la statistique du Khi-deux soit minimale.

$$Khi\ Deux = \sum_x \frac{(DC_{th\ dec,x} - DC_{obs,x})^2}{DC_{th\ dec,x}}$$

Avec $DC_{th\ dec,x} = qth_{x,n} \times \alpha \times PopSaR_x$

Un coefficient α égal à 1 implique que les quotients de référence s'adaptent parfaitement aux quotients de mortalité observés.

Si le coefficient α est supérieur à 1, cela signifie que l'on majore les quotients de mortalité de référence : les quotients de mortalité du régime sont plus forts que ceux de la table de référence.

A l'inverse, si le coefficient α est inférieur à 1, cela signifie que l'on minore les quotients de mortalité de référence.